

**ДЕПАРТАМЕНТ ОБРАЗОВАНИЯ ГОРОДА ЕКАТЕРИНБУРГА**  
**Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение**  
**средняя общеобразовательная школа №105**  
**МАОУ СОШ № 105**

**РАССМОТРЕНО**

Педагогическим советом  
Протокол № 1 от 29.08.2024 г.

**УТВЕРЖДЕНО**

Директор МАОУ СОШ № 105  
\_\_\_\_\_ Бурковская О.Н.  
Приказ № 2-ПЛ от 31.08.2024

**Дополнительная платная образовательная программа  
«Решение уравнений и неравенств с параметрами»**

Год обучения: 1

Количество часов по плану:  
2 – недельных, 72 – годовых

Срок реализации: 1 год

Возраст обучающихся: 15-16 лет.  
Составитель: Зайнуллина Альфия Радиковна

2024 г.

## **Пояснительная записка**

Предлагаемый курс «Решение уравнений и неравенств с параметрами» является предметно-ориентированным и предназначен для реализации в 10, 11 классе школы для расширения теоретических и практических знаний учащихся. Решение уравнений, содержащих параметры - один из труднейших разделов школьного курса. Запланированный данной программой для усвоения учащимися объем знаний необходим для овладения ими методами решения некоторых классов задачий с параметрами, для обобщения теоретических знаний.

Целью данного курса является изучение избранных классов уравнений с параметрами и научное обоснование методов решения, а также формирование логического мышления и математической культуры у школьников. Курс имеет общеобразовательное значение, способствует развитию логического мышления учащихся. Программа данного элективного курса ориентирована на приобретение определенного опыта решения задач с параметрами. Изучение данного курса тесно связано с такими дисциплинами, как алгебра, алгебра и начала анализа, геометрия.

В результате курса учащиеся должны научиться применять теоретические знания при решении уравнений и неравенств с параметрами , знать некоторые методы решения заданий с параметрами ( по определению, по свойствам функций, графически т.д)

Данный курс представляется особенно актуальным и современным, так как расширяет и систематизирует знания учащихся, готовит их к более осмысленному пониманию теоретических сведений.

Данный курс может иметь существенное образовательное значение для изучения алгебры. Он призван способствовать решению

### **следующих задач :**

- Овладение системой знаний об уравнениях с параметром как о системе уравнений, что исключительно важно для целостного осмыслиения свойств уравнений и неравенств, их особенностей;
- Формированию логического мышления учащегося;
- Вооружению учащихся специальными и общеучебными знаниями, позволяющими им самостоятельно добывать знания по данному курсу.

Ставшие уже традиционными такие формы занятий, как лекция и практикум, тем не менее являются непривычными формами работы старшеклассников. Кроме них желательно использовать такие организационные формы, как выступления с докладами (в частности, с отчетными докладами по результатам написания рефератов или выполнения индивидуального домашнего задания) или содокладами, дополняющими лекционные выступления учителя. Возможны и разные формы индивидуальной или групповой деятельности учащихся, такие как «Допишем учебник», отчетные доклады («Эврика, или Вот что мы нашли!»), также приготовление различных исследовательских проектов.

Содержание курса предлагает работу с различными источниками математической литературы. Содержание каждой темы элективного курса включает в себя самостоятельную работу учащихся.

В структуре изучаемой программы выделяются следующие **основные разделы**:

Введение . понятия уравнений с параметрами. Первое знакомство с уравнениями с параметром.

1. Линейные уравнения, неравенства и их системы.
2. Квадратные уравнения и неравенства.
3. Аналитические и геометрические приемы решения задач с параметрами.
4. Решение различных видов уравнений и неравенств с параметрами.

### **Содержание основных разделов**

**Введение, понятие уравнений, их системы и неравенства с параметром.**

**Тема 1. Линейные уравнения, их системы и неравенства с параметром.**

Линейные уравнения с параметром. Алгоритм решения линейных уравнений с параметром. Решение линейных уравнений с параметром. Зависимость количества корней в зависимости от коэффициентов а и в. Решение уравнений с параметрами при наличии дополнительных условий к корням уравнения. Решение уравнений с параметрами, приводимых к линейным. Линейные неравенства с параметрами. Решение линейных неравенств с параметрами. Классификация систем линейных уравнений по количеству решений (

неопределенные, однозначные. Несовместимые). Понятие системы с параметрами. Параметр и количество решений системы линейных уравнений.

### **Тема 2. Квадратные уравнения и неравенства.**

Понятие квадратного уравнения с параметром. Алгоритмическое предписание решения квадратных уравнений с параметром. Решение квадратных уравнений с параметрами. Зависимость количества корней уравнений от коэффициента  $a$  и дискриминанта. Решение с помощью графика. Применение теоремы Виета при решении квадратных уравнений с параметром. Решение квадратных уравнений с параметрами при наличии дополнительных условий к корням уравнения. Расположение корней квадратичной функции относительно заданной точки. Задачи, сводящиеся к исследованию расположения корней квадратичной функции. Решение квадратных уравнений с параметром первого типа («для каждого значения параметра найти все решения уравнения»). Решение квадратных уравнений второго типа («найти все значения параметра, при каждом из которых уравнение удовлетворяет заданным условиям»). Решение квадратных неравенств с параметром первого типа. Решение квадратных неравенств с параметром второго типа.

### **Тема 3. Аналитические и геометрические приемы решения задач с параметрами.**

Использование графических иллюстраций в задачах с параметрами. Использование ограниченности функций, входящих в левую и правую части уравнений и неравенств. Использование симметрии аналитических выражений. Метод решения относительно параметра. Применение равносильных переходов при решении уравнений и неравенств с параметром.

### **Тема 4. Решение различных видов уравнений и неравенств с параметрами.**

Решение тригонометрических уравнений, неравенств с параметром. Решение логарифмических уравнений, неравенств с параметром. Решение иррациональных уравнений, неравенств с параметром.

## **Методические рекомендации по содержанию и проведению занятий**

### **Введение. Понятие уравнений с параметрами. Первое знакомство с уравнениями с параметром.**

Элективный курс целесообразно начать с вводного (организационного) занятия, где учитель знакомит учащихся с содержанием и структурой курса, объемом и видом самостоятельных работ, а также формой итоговой работы, которую они выполняют в конце изучения курса. На первом занятии рекомендуется предложить учащимся темы и обсудить их для выступлений на практических занятиях.

Во второй части вводного занятия рекомендуется перейти к раскрытию понятий уравнения с параметром как семейства уравнений, равносильности уравнений, понятий уравнения с параметром, рассмотреть примеры задач, приводящих к уравнению с параметром и решения некоторых уравнений с параметром.

### **Тема 1. Линейные уравнения, их системы и неравенства с параметром.**

При изучении темы на уроке дается понятие линейных уравнений с параметром, рассматриваются три случая зависимости количества корней от значения коэффициентов  $a$  и  $b$ . Здесь же необходимо начать решение уравнений с параметрами при наличии дополнительных условий к корням уравнения.

На последующих уроках необходимо рассмотреть понятие линейных неравенств с параметрами, на практическом занятии необходимо повторить свойства линейных неравенств и использовать их при решении линейных неравенств с параметрами.

Ввести классификацию систем линейных уравнений по количеству решений (неопределенные, однозначные), дать понятие системы с параметрами и алгоритм решения систем линейных уравнений с параметрами.

### **Тема 2. Квадратные уравнения и неравенства.**

Данная тема самая главная и основная тема курса, именно здесь отводится больше часов для изучения, на уроках необходимо ввести понятие квадратного уравнения с параметром, обратив внимание на неравенство нулю коэффициента  $a$ , рассмотреть зависимость корней

уравнения от коэффициента а и дискриминанта, записать алгоритм решения квадратных уравнений с параметром. На практическом занятии целесообразно рассмотреть решение квадратных уравнений с параметрами при наличии дополнительных условий к корням уравнения.

В содержании данной темы раскрываются теоретические сведения о нахождении корней квадратного трехчлена в зависимости от значений параметров. Учащиеся должны представлять, как может проходить график параболы в том или ином случае.

### **Тема 3. Аналитические и геометрические приемы и методы решения задач с параметрами.**

На этих уроках нужно рассмотреть различные приемы и методы решения уравнений с параметрами. Учащиеся должны понимать, что красота и краткость решения зависят зачастую от выбора пути решения задания. Необходимо подчеркнуть, какие именно задачи удобнее всего решать графическим методом.

### **Тема 4. Решение различных видов уравнений и неравенств с параметрами.**

Этот урок, по сути, является зачетным. Здесь подводятся итоги, проверяются самостоятельные и индивидуальные задания. Урок по теме лучше проводить в виде семинара, на котором рассматриваются задания, выполненные учащимися.

### **Тематическое планирование**

<b>№ п/п</b>	<b>Тема</b>	<b>Час</b>	<b>Форма занятия</b>	<b>Форма контроля</b>
1	<b>Понятие уравнения с параметрами .</b>	<b>1</b>	Лекция	
	<b>Линейные уравнения и их системы с параметрами.</b>	<b>9</b>		
2-3	Линейные уравнения с параметрами	2	комбинированное	тест
4	Решение линейных уравнений с параметрами при наличии дополнительных условий	1	комбинированное	участие в практикуме
5-6	Уравнения, приводимые к линейным	2	комбинированное	участие в практикуме
7-8	Системы линейных уравнений с параметрами	2	комбинированное	участие в практикуме
9-10	Решение линейных уравнений и их систем с параметрами	2		контрольная работа

	<b>Линейные неравенства с параметрами</b>	<b>3</b>		
11	Решение линейных неравенств с параметрами	1	комбинированное	участие в практикуме
12	Решение линейных неравенств с параметрами с помощью графической интерпретации	1	комбинированное	участие в практикуме
13	Решение систем линейных неравенств	1	комбинированное	участие в практикуме
	<b>Квадратные уравнения с параметрами</b>	<b>8</b>		
14	Решение квадратных уравнений с параметрами первого типа	1	комбинированное	участие в практикуме
15	Теорема Виета при решении квадратных уравнений с параметрами	1	комбинированное	участие в практикуме
16	Уравнения с параметрами, приводимые к квадратным	1	комбинированное	участие в практикуме
17-19	Расположение корней квадратного уравнения в зависимости от параметра	3		участие в практикуме
20	Взаимное расположение корней квадратных уравнений	1	комбинированное	участие в практикуме
21	Решение квадратных уравнений с параметрами	1		контрольная работа
	<b>Квадратные неравенства</b>	<b>3</b>		
22	Решение квадратных неравенств с параметрами	1	комбинированное	участие в практикуме
23	Решение квадратных неравенств с параметрами, методом интервалов	1	комбинированное	участие в практикуме
24	Нахождение заданного количества решений неравенств	1	комбинированное	участие в практикуме
	<b>Аналитические и геометрические приемы решения задач с параметрами</b>	<b>9</b>		
25-26	Графический метод решения задач с параметрами	2	комбинированное	участие в практикуме
27	Применение понятия «пучок прямых на плоскости»	1	комбинированное	участие в практикуме
28	Фазовая плоскость	1	лекция	
29	Использование симметрии аналитических выражений	1	комбинированное	участие в практикуме
30	Решение относительно параметра	1	комбинированное	участие в практикуме
31	Использование ограниченности функций при решении задач с параметрами	1	комбинированное	участие в практикуме
32	Использование методов оценок и экстремальных свойств функции	1	комбинированное	участие в практикуме
33	Равносильность при решении задач с параметрами	1	комбинированное	участие в практикуме
	<b>Решение различных видов уравнений и неравенств</b>	<b>2</b>		
34	Решение тригонометрических, показательных, логарифмических и иррациональных уравнений и неравенств с параметрами	1		
35	Решение тригонометрических, показательных, логарифмических и иррациональных уравнений и неравенств с параметрами	1		

## **Литература**

1. А.Х. Шахмейстер Задачи с параметрами С-П, М «Петроглиф» 2004.
2. В.В. Задачи с параметрами. Минск «Асар» 2004.
3. В. С. Крамор. Примеры с параметрами и их решение.
4. Д. Ф. Айвазян. Элективный курс. Математика 10-11 классы. Решение уравнений и неравенств с параметрами. «Учитель» 2009.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

СВЕДЕНИЯ О СЕРТИФИКАТЕ ЭП

Сертификат 447200959609934981311677372486379060188671997334

Владелец Бурковская Оксана Николаевна

Действителен С 04.09.2024 по 04.09.2025